

Leitkurve

Die Gleichung

$$y' + f(x)y = g(x)$$

ist eine lineare Differentialgleichung 1. Ordnung. Dabei seien die Funktionen f, g stetig für $x \in (a, b)$ und $f(x) \neq 0$.

Zeigen Sie: Die Geraden mit den Richtungen, welche das Richtungsfeld dieser Differentialgleichung den Punkten einer Geraden $x = x_0, x_0 \in (a, b)$ zuordnet, verlaufen durch einen Punkt $P(x_0) \in \mathbb{R}^2$! Die Punkte $P(x_0), x_0 \in (a, b)$ liegen auf der sogenannten *Leitkurve*. Bestimmen Sie die Gleichung der Leitkurve für das folgende Beispiel

$$y' = \frac{x}{x^2 - 1}y - \frac{5}{x^2 - 1} \quad \text{für } 1 < x < 4.$$

Fertigen Sie eine Zeichnung für das Richtungsfeld und die Leitkurve an, die die obige Behauptung illustriert.